55 Nel triangolo rettangolo ABC il cateto AB e l'ipotenusa BC misurano, rispettivamente, 3 e 5. Sia D un punto di AC tale che $tg\, A\widehat{B}D = \frac{2}{3}$; considerato su BC il punto E in modo che risulti $E\widehat{D}C \cong 2\, A\widehat{B}D$, si determinino le misure del perimetro e dell'area del triangolo DEC.

$$\left[\frac{36}{7};\ \frac{8}{7}\right]$$

56 In una semicirconferenza di centro O e diametro $\overline{AB} = 2r$, si conduca la corda AC tale che $C\widehat{A}B = 30°$ e la corda AD tale che sia $D\widehat{A}B = x$. Determinare x in modo che, detta E la proiezione di D su AB e detto F il punto d'incontro di ED con la corda AC, si abbia

1°) $2\,\overline{AD} = \sqrt{6}\,\overline{AF}$; $[x = 45°]$

2°) $\overline{DE} + 3\,\overline{EB} + \sqrt{3}\,\overline{FE} = \dfrac{r(\sqrt{3}+10)}{2}$. $[x = 60°]$

57 Determinare gli angoli acuti di un triangolo rettangolo sapendo che l'altezza relativa all'ipotenusa misura a e che la mediana relativa al cateto maggiore misura $\sqrt{\frac{7}{3}}a$.

$$\left[\text{angolo minore } 30° \text{ oppure } arc\ cos \frac{2}{\sqrt{7}}\right]$$

58 È dato il triangolo ABC di cui si conosce $AB = 2\sqrt{2}$ cm, $BC = (\sqrt{6}+\sqrt{2})$ cm e l'angolo $A\widehat{B}C = 60°$. Detto D il punto d'incontro della bisettrice dell'angolo $A\widehat{B}C$ con il lato AC, determinare la lunghezza dei segmenti AD e CD, dopo aver determinato gli angoli $B\widehat{A}C$ e $B\widehat{C}A$. Calcolare inoltre la lunghezza della bisettrice BD. $[2(\sqrt{3}-1)$ cm; 2 cm; $2\sqrt{2}$ cm$]$

59 Le misure dei due lati AC, AB di un triangolo ABC sono rispettivamente $a+1$ e $10-2a$ e l'angolo compreso è di 60°. Tra quali valori deve variare a affinché sia $\overline{CB}^2 > 19$?

$$\left[-1 < a < \frac{18}{7} \vee 4 < a < 5\right]$$

60 In un triangolo ABC la bisettrice uscente da A dimezza la mediana BM. Sapendo che le misure di BM e di BC sono, rispettivamente, 6 e $\sqrt{97}$, calcolare le misure di AB, AC e i coseni degli angoli $B\widehat{A}C$ e $A\widehat{B}C$.

$$\left[5;\ 10;\ \frac{7}{25};\ \frac{11\sqrt{97}}{485}\right]$$

61 Determinare l'ampiezza dell'angolo acuto $A\widehat{B}C$ del triangolo ABC, rettangolo in A, in modo che, detta AL la bisettrice dell'angolo retto, sia verificata la relazione

$$\frac{AB+AC}{AL} = \frac{2\sqrt{6}+3\sqrt{2}}{3}. \qquad [30°;\ 60°]$$

62 Sia M il punto medio del segmento AB, di misura $2a$; si costruisca il triangolo equilatero AMC e si conduca per B una semiretta che interseca in D il lato AC e in E il lato MC. Determinare l'ampiezza dell'angolo $D\widehat{B}A$ in modo che sia verificata la relazione $\overline{AD} - \overline{EM} = \frac{a}{2}(9-5\sqrt{3})$.

$$\left[\frac{\pi}{12} \text{ oppure } arc\ tg \frac{9\sqrt{3}-12}{11}\right]$$