

## ESERCIZI DI MATEMATICA

1. Verifica che la funzione  $f(x) = \frac{x^2-2}{3x^2}$ , con  $x > 0$  è invertibile, e determina l'espressione analitica della funzione inversa.
2. Un trapezio isoscele non degenere  $ABCD$  è inscritto in una semicirconferenza di diametro  $AB$ , il cui raggio misura 1 m. Esprimi, in funzione della misura  $x$  dei lati obliqui del trapezio, il perimetro del trapezio stesso. Qual è il dominio della funzione così ottenuta, in relazione al problema geometrico?
3. Data la funzione  $f(x) = \sqrt{x^2 - ax + 10}$ , determina per quali valori di  $a$ :
  - (a) il suo dominio è  $\mathbb{R}$ ;
  - (b) il grafico della funzione ha un unico punto di intersezione con l'asse  $x$ ;
  - (c) uno dei due punti di intersezione del grafico della funzione con l'asse  $x$  ha coordinate  $(2, 0)$ .
4. Verifica che il grafico della funzione  $f(x) = \frac{-x^2+7x-8}{x^2-6x+5}$  è simmetrico rispetto al punto  $C = (3, -1)$ .
5. Trasla il grafico ottenuto nell'esercizio precedente in modo che il centro di simmetria  $C$  abbia l'origine come immagine.
  - (a) qual è l'equazione della funzione che hai ottenuto?
  - (b) discuti il segno di tale funzione e in base a quanto deduci, discuti il segno della funzione  $f$ ;
  - (c) prova a tracciare il grafico di  $f$ .
6. La funzione definita nel modo seguente:

$$f(x) : \begin{cases} \frac{2x+1}{x-2} & \text{per } x < 1 \\ -\frac{1}{4}x - \frac{11}{4} & \text{per } 1 \leq x \leq 5 \\ -x^2 + 10x - 29 & \text{per } x > 5 \end{cases}$$

è suriettiva nel codominio  $\mathbb{R}$ ? è iniettiva? si può invertire?

7. Verifica che la funzione  $g(x) = \frac{2x(2-x)}{x^2-2x+3}$  ha la retta  $x = 1$  come asse di simmetria. Verifica inoltre che per  $x > 1$  la funzione risulta decrescente.
8. Risolvi le seguenti disequazioni irrazionali:
  - (a)  $\sqrt{x^2 - 3x + 2} \leq x + 1$
  - (b)  $-\frac{1}{2}\sqrt{x^2 + 3} \geq x - 2$
  - (c)  $\left| \frac{x-1}{x+1} \right| \geq 2$